

11月05日分 練習の解答

練習 5.1 (i)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

左側の等式は第3行から第2行×2を引いた。(性質6)右側の等式は性質3による。

(ii) これは性質6を使って計算してみる。

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 2 & 5 & 2 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 8 \\ 5 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} && \text{第4行に第1行を加える} \\ = & \begin{vmatrix} 2 & 5 & 2 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 8 \\ 7 & 7 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{第2列から第1列を引く} \\ = & \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 0 \\ -3 & 7 & -2 & 7 \\ 1 & -1 & 1 & 8 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{第4行で展開} \\ = & (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 7 & -2 & 7 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix} && \text{第2行に第1行を加える} \\ = & -7 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 10 & 0 & 7 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix} && \text{第1行から第3行} \times 2 \text{を引く} \\ = & -7 \begin{vmatrix} 5 & 0 & -16 \\ 10 & 0 & 7 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix} && \text{第2列で展開} \\ = & -7 \cdot (-1)^{3+2} (5 \cdot 7 - 10 \cdot (-16)) = 7 \cdot 195 = 1365 \end{aligned}$$

もちろん、 3×3 行列になったところで展開しても構わない。

講評

いや、驚きましたねえ！ 4×4 の行列式を最初から展開してちゃんと答が合う人が何人も居ました。凄い計算力だと感心しました。ちゃんと合っている人は、手間を惜しまず計算をすべて書いていましたね。暗算をすると計算間違いしやすいですからね。線形代数は加減乗除だけの計算ですから、珠算の上手な人は有利かも。

展開する前に行列式の性質を使ってできるだけ一つの行、または列に0を並べるのが普通です。うまく変形して性質7を使った人も計算が少なくて済みましたね。