

11月11日分 練習の解答

練習 5.1 (1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 4 \\ 1 & 1 & 0 & | & 3 \\ 1 & 0 & 3 & | & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 4 \\ 0 & -1 & 0 & | & -1 \\ 0 & -2 & 3 & | & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 3 & | & 3 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{pmatrix}$$

解は

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{となる。}$$

(2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & 1 \\ p & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & p-1 & 0 \\ 0 & 1-p & -p \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & p-1 & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix}$$

$p = 1$ のとき、右辺は

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$x_3 = 0, x_1 = -x_2$ が分かるので、 $p = 1$ のときは解は

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (t \text{ は任意の実数})$$

$p = 0$ のとき

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & p-1 & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

これより $x_2 = 0, x_1 + x_3 = 0$ がわかり、解は

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (t \text{ は任意の実数})$$

$p \neq 0, 1$ のとき、

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & p-1 & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

となり、解は

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{のみ}$$

講評

皆さん、一箇所を除いてよくできていました。(2)の問題で、 p の値が 0 または 1 のときは p または $p-1$ で割る事はできません。別に調べる必要が有ります。 $p=1$ の場合わけは結構たくさんの人がやっていましたが、それで安心したのか p で割るとき $p \neq 0$ を断っていない人が多かったです。くれぐれも 0 で割らないように気をつけてください。

予想よりもみんな頑張って計算していました。もう少し頑張ればみんなできるようになります。