

## 11月25日分 練習の解答

練習 6.1 (i)

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ bc & ca & ab \end{vmatrix} && \text{第 2 列と第 3 列から第 1 列を引く} \\
 = & \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & b-a & c-a \\ bc & c(a-b) & b(a-c) \end{vmatrix} && \begin{array}{l} \text{第 2 列から } (b-a) \text{ を括り出し、} \\ \text{第 3 列から } (c-a) \text{ を括り出す} \end{array} \\
 = & (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 1 \\ bc & -c & -b \end{vmatrix} && \text{第 1 行で展開} \\
 = & (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -c & -b \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)
 \end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned}
 & \begin{vmatrix} 2 & 5 & 2 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 8 \\ 5 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} && \text{第 4 行に第 1 行を加える} \\
 = & \begin{vmatrix} 2 & 5 & 2 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 8 \\ 7 & 7 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{第 2 列から第 1 列を引く} \\
 = & \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 0 \\ -3 & 7 & -2 & 7 \\ 1 & -1 & 1 & 8 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} && \text{第 4 行で展開} \\
 = & (-1)^{4+1} 7 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 7 & -2 & 7 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix} && \text{第 2 行に第 1 行を加える} \\
 = & -7 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 10 & 0 & 7 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix} && \text{第 1 行から第 3 行 } \times 2 \text{ を引く} \\
 = & -7 \begin{vmatrix} 5 & 0 & -16 \\ 10 & 0 & 7 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix} && \text{第 2 列で展開} \\
 = & -7 \cdot (-1)^{3+2} (5 \cdot 7 - 10 \cdot (-16)) = 7 \cdot 195 = 1365
 \end{aligned}$$

もちろん、 $3 \times 3$  行列になったところで展開しても構わない。

講評 (i) ではまず展開してから因数分解している人も結構いました。でも、行列式の計算の練

習ですから、変形の方法を速く覚えて欲しいと思います。ただ、「基本変形」と言ったために、ある行を定数倍したり、割算をしたりした人もいました。行列式の計算では行を定数倍すると値が変わってしまうので、できません。かわりに一つの行（または列）の共通因数をまえに括り出すことができます。これを身につけるための問題でした。

(ii) の  $4 \times 4$  行列の計算は高校ではやっていないのでお手上げの人も多かったようです。面倒臭いかも知れませんが、行列式の性質を使って計算します。

展開する前行列式の性質を使ってできるだけ一つの行、または列に 0 を並べるのが普通です。とにかく丁寧に計算するしかありません。計算間違いをしないようにゆっくり計算してください。