

12月9日分 練習の解答

練習 8.1 (1) 2行から1行を引き、3行に1行を加え、2行と3行を $\frac{1}{2}$ 倍する。

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

次に2行から3行を引き、1行に3行を3倍して加える。最後に1行から2行を引く

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \frac{5}{2} & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

従って

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

(2) 3行から2行を引く。次に3行を2行に加え、3行を -1 倍する。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

従って

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(3) まず1行を -3 で割る。次に1行の3倍を2行から、4倍を3行から引く。

$$\begin{pmatrix} -3 & 6 & -11 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -8 & 13 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & \frac{11}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -8 & 13 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & \frac{11}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{3} & \frac{4}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2行を1行に加えた後、2行を2で割り、3行を $-\frac{5}{3}$ で割る。)

(3行の $\frac{4}{3}$ 倍を1行に加え、 $\frac{5}{2}$ 倍を2行に加える。)

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & -\frac{3}{5} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{5} & 1 & -\frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{5} & 0 & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

従って

$$\begin{pmatrix} -3 & 6 & -11 \\ 3 & -4 & 6 \\ 4 & -8 & 13 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5} & 1 & -\frac{4}{5} \\ -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{4}{5} & 0 & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

講評 皆さんやり方は大体分かってきているようです。惜しむらくはあわてて計算間違いがまだ多い事です。練習すればこれは確実に減ります。頑張りましょう！

さて、逆行列を求めると一般に分数の行列になることが多いですね。あっているかどうか気になります。こういうときは、まず、行列式が一見して0になっているようなら間違いです。例えば、ある行がすべて0になってしまうなどはその例です。

時間があれば必ず求めた逆行列と元の行列をかけて見ましょう。かけて単位行列がでてきたら安心ですね。