練習 7.1 の解答

練習 7.1 次の関数を x, y でそれぞれ $(x,y) \neq (0,0)$ で偏微分せよ。

(1) xy^2　(2) $e^x \sin y$　(3) e^{-xy}
(4) $\sqrt{x^2-y^2}$　(5) $(3x^2+y^2)^{-1/3}$　(6) $\tan^{-1}(y^2/x) \quad (x \neq 0)$

解答　(1)　$f(x,y) = xy^2$

$$f_x = y^2, \quad f_y = 2xy.$$

(2)　$f(x,y)e^x \sin y$

$$f_x = e^x \sin y, \quad f_y = e^x \cos y.$$

(3)　$f(x,y) = e^{-xy}$

$$f_x = -ye^{-xy}, \quad f_y = -xe^{-xy}.$$

(4)　$f(x,y) = \sqrt{x^2-y^2}$

$$f_x = \frac{1}{2}(x^2-y^2)^{-1/2}2x = \frac{x}{\sqrt{x^2-y^2}},$$
$$f_y = \frac{1}{2}(x^2-y^2)^{-1/2}(-2y) = -\frac{y}{\sqrt{x^2-y^2}}.$$

(5)　$f(x,y) = (3x^2+y^2)^{-1/3}$

$$f_x = -\frac{1}{3}(3x^2+y^2)^{-4/3}\cdot(6x) = -2x(3x^2+y^2)^{-4/3},$$
$$f_y = -\frac{1}{3}(3x^2+y^2)^{-4/3}\cdot(2y) = -\frac{2y}{3}(3x^2+y^2)^{-4/3}.$$

(6)　$f(x,y) = \tan^{-1}(y^2/x)$

$$f_x = \frac{1}{1+(y^2/x)^2}\left(-\frac{y^2}{x^2}\right) = -\frac{y^2}{x^2+y^4},$$
$$f_y = \frac{1}{1+(y^2/x)^2}\left(\frac{2y}{x}\right) = \frac{2xy}{x^2+y^4}.$$

講評　皆さん良くできていました。偏微分はいろいろな講義に出てくるのか、戸惑っている人は皆無ですね。ただ、偏微分の記号（$\frac{\partial f}{\partial x}$ または f_x）を省略するのは感心しません。また、$\frac{df}{dx}$ と書く人が数人いましたが、偏微分の記号とこの記号は決定的に違う時がありますから、きちんと使い分けて下さい。今後 $\frac{\partial f}{\partial x}$ または f_x と書くべきところを $\frac{df}{dx}$ と書いていたら **減点** します。

相変わらず 逆三角関数の微分ができない人が 2，3 人います。早く覚えておいて下さい。いつまでもできないまま放っておくのは重荷になりますよ。