

## 練習 11.1 の解答

### 練習 11.1

(1)  $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 - 8y + 7$  の極値とそれを取る点を求めよ。

(2)  $f(x, y) = x^2 - 6x + xy + y^2 - 3y + 7$  の極値とそれを取る点を求めよ。

解 (1) 極値を取る点では  $f_x = f_y = 0$  が成り立つので、これより

$$\begin{cases} f_x = 2x - 6 = 0 \\ f_y = 2y - 8 = 0 \end{cases}$$

となる。これを解いて  $x = 3, y = 4$  が候補となる。

$$f_{xx} = 2 > 0, f_{xy} = 0, f_{yy} = 2 \text{ より } D(3, 4) = -4 < 0.$$

$$f(3, 4) = 9 - 18 + 16 - 32 + 7 = -18.$$

したがって、 $f$  は  $(3, 4)$  では極小値  $-18$  をとる。

(2) 極値を取る点では  $f_x = f_y = 0$  が成り立つので、これより

$$\begin{cases} f_x = 2x + y - 6 = 0 \\ f_y = x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

となる。これを解いて  $x = 3, y = 0$  が候補となる。

$$f_{xx} = 2 > 0, f_{xy} = 1, f_{yy} = 2 \text{ より } D(3, 0) = -3 < 0.$$

$$f(3, 0) = 9 - 18 + 7 = -2.$$

したがって、 $f$  は  $(3, 0)$  では極小値  $-2$  をとる。

講評 良くできていました。しかし、計算間違いも多かったです。間違いで目だったのは、 $f_{xx} > 0, D < 0$  まで出していながら極大値としていた人と、 $f_x = f_y = 0$  という連立方程式を解き間違えた人、最後の極値を求める計算を間違えた人等です。

間違いの罪の重さで言うと、連立方程式を間違えたのが一番重い。後の計算にすべて影響があります。極値とは全然違った点の情報を調べてしまっていますので、これは役に立たない。

次に罪が重いのは極大か極小かを間違えて判別している人。考えている問題によっては探している点を見つけ損ないます。

最後に極値の計算を間違えた人がこの中では一番罪が軽いですが、この結果に基づいて機械の設計をすると言う事になると、... 恐いですね。

必ず計算は検算をする癖をつけましょう。