

(c) パラメータ $\lambda > 0$ の指数分布 $Exp(\lambda)$

2. X と Y が独立で有限な分散を持つとき,

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$$

が成り立つことを証明せよ.

3. X と Y が独立で、ともにパラメータ λ のポアソン分布に従うとき、 $X + Y$ はパラメータ 2λ のポアソン分布に従うことを証明せよ。

4. X が正規分布 $N(m, \sigma^2)$ に従うとき, $Z = \frac{X - m}{\sigma}$ は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うことを示せ.

5. X, Y を独立な確率変数で、それぞれの平均と分散は

$$EX = a, \quad \text{Var}(X) = \sigma^2, \quad EY = b, \quad \text{Var}(Y) = v^2$$

とする。 a, b および $\sigma \geq 0, v \geq 0$ はすべて有限とする。確率変数列 $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ を独立で、 $n \geq 1$ に対して

- X_{2n} の分布は X と同じ。
- X_{2n-1} の分布は Y と同じものとする。

このとき、 $S_n = X_1 + \dots + X_n$ に対して $\frac{S_n}{n}$ は $n \rightarrow \infty$ のとき何に近づくか、理由をつけて答えよ。