

大学院コア科目「確率論」レポート問題 No.12

提出は次回の講義 (7/19) の時間まで .

学籍番号 _____

氏名 _____

1. $X_1(t), X_2(t)$ が (\mathcal{F}_t) -Brown 運動で , $\langle X_1, X_2 \rangle(t) = 0 \forall t > 0$ ならば , 任意の実数 ξ, η と任意の $t > s > 0$ に対して

$$E \left[e^{i\xi X_1(t) + i\eta X_2(t)} \middle| \mathcal{F}_s \right] = e^{i\xi X_1(s) + i\eta X_2(s)} e^{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}(t-s)}$$

右辺の $e^{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2}(t-s)}$ は二つの独立な Brown 運動の時刻 $t - s$ での分布の特性関数だから , $X_1(t)$ と $X_2(t)$ はこれにより独立となる .