

大学院コア科目「確率論」レポート問題 No.2  
提出は次回の講義 (5/10) の時間まで .

学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

$\{X(n)\}$  が  $(\mathcal{F}_n)$ -マルチンゲールであるとき , 任意の  $k \geq 1$  に対して

$$E(X(n+k) | \mathcal{F}_n) = X(n) \quad a.s.$$

が成り立つことを証明せよ .

(ヒント : 任意の  $B \in \mathcal{F}_n$  に対して

$$\int_B X(n+m, \omega) P(d\omega) = \int_B X(n, \omega) P(d\omega)$$

を言うことと同じ .  $B \in \mathcal{F}_n$  ならば  $B \in \mathcal{F}_{n+1}, \dots, B \in \mathcal{F}_{n+m-1}$  のどれも  
が成り立つことと , マルチンゲールの式から帰納法で証明できる .)