$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi-1} + \frac{1}{\varphi-\tau}\right)\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau-1} + \frac{1}{\varphi-\tau}\right)\frac{d\varphi}{d\tau}$$

$$+ \frac{\varphi(\varphi-1)(\varphi-\tau)}{2\tau^2(\tau-1)}\left\{(1-\theta_\infty)^2 - \theta_x\frac{\tau}{\varphi^2} + \frac{\tau-1}{(\varphi-1)^2}\theta_y^2 + (1-\theta_z^2)\frac{\tau(\tau-1)}{(\varphi-\tau)^2}\right\}$$

$$\theta = (\theta_x, \theta_y, \theta_z, \theta_\infty)$$

B-tr の例.

$$S_\infty : (\varphi, \theta) \longrightarrow (\varphi, (\theta_x, \theta_y, \theta_z, 2-\theta_\infty))$$

---

§1. potential vector (p.v.) Okubo EQ. 多変数 大久保 eq

$\mathbb{C}^3_t = \{t = (t_1, t_2, t_3) \mid t_i \in \mathbb{C}\}$. $t' = (t_1, t_2)$

$E = \sum w_i t_i \partial t_i$ $\quad w_3 = 1.$

$w_i - w_j \notin \mathbb{Z}.$

<u>Def</u> $\vec{g}(t) = (g_1(t), g_2(t), g_3(t))$ p.v. とは.

(Pt1) $g_i = t_i t_3 + \exists g_i'(t')$. $\quad i = 1, 2.$

$g_3 = \frac{1}{2} t_3^2 + \exists g_3'(t'),$ $\quad \Big\}$ 斉次,

$$C(t) = \begin{pmatrix} \partial t_1 \\ \partial t_2 \\ \partial t_3 \end{pmatrix} (g_1, g_2, g_3) \quad (= t_3 I_3 + \exists C'(t'))$$

(Defつづき)

(Pt 2) $dC \wedge dC = 0$. □

このとき,

$$B_\infty(\lambda) := \begin{pmatrix} w_1 & & \\ & w_2 & \\ & & w_3 \end{pmatrix} - \lambda I_3.$$

(Pt 2)は $dY = (-EC)^{-1} dC B_\infty(\lambda) Y$: Okubo

の int. cond.

各成分に
t'を含む。

$$T = -EC \left(= -t_3 I_3 + \exists T'(t') \right)$$

$$h(t) = \det(-T) = \prod (t_3 - z_i(t')) \qquad z_i : \text{異なる.}$$

$$r_i(\lambda) = \mathrm{tr}\left(\mathrm{Res}_{t_3 = z_i} T^{-1} B_\infty(\lambda)\, dt_3\right).$$

定数 (t'によらない).

パンルベとの関係

$\{i, j, k\} = \{1, 2, 3\}$.

$(T^{-1})_{ij} \to P_{VI}$-sol $\varphi_{ij}(\tau)$, Θ_{ij} が決まる.

$$\Theta_{ij} = (r_1(w_k), r_2(w_k), r_3(w_k), w_i - w_j)$$

2020.2.20
へのがっていない

$\vec{g}(t) \to 36$ 個の P_{VI}-sol. ← G_{36}-orbit.

$\exists\, G_{36} \subset \{B\text{-}\mathrm{br}\}$ $|G_{36}| = 36$.

(ベックルンド変換の集合 の部分群, 位数 36.)

(~~近似~~ θ_{ij} ~~符号~~ 2 i 3 通り)

逆に $(\varphi, \theta) \to \exists\, \vec{g}(t)$

$\{\vec{g}(t)\} \xrightarrow[\text{onto}]{} \{G_{36}\text{-orbits}\}$

$\theta_0 \in \mathbb{Z}$.

(generic なものに かんしては onto)

(P sol given ⇒ Jimbo-Miwa rank 2 フックス ↓ m.c rank 3 Okubo.)

$$\tau = \frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$$

---

§2. prepotential (PreP.)

$F(t)$ 存在 $\exists\, \vec{g}(t)$.

$$\frac{\partial F}{\partial t_i} = g_{4-i}$$

$\vec{g}$ が PreP をもつ.

P_{VI} の解の分類 ; パラメータに依存する.

$\Leftrightarrow$ $(\varphi_{ij}, \theta_{ij})$ が,

g から決まる

好みのパラメータ: PreP. つくる 方法の 1つ.

$$\theta_{ij} = \begin{cases} (0.0.0.c) \\ (c.c.c.\pm c) \end{cases}$$

$c \in \mathbb{Z}$.

オカモト変換入ってる

$c \cdots ij$ に依存する

例4. $\varphi_0 = -\dfrac{(2u+1)(u-1)}{u+1}$,

ぐたいてきな R_n sol から P-rep. つくってみたい

$$\tau = -\frac{(2u+1)(u-1)^2}{(2u-1)(u+1)} \to F_0(t)$$

$\Theta_0 = (0,0,0,\frac{2}{3})$.

こーいうパラメも？

$\downarrow$

S_∞

$(\varphi_1 = \varphi_0,\ \Theta = (0,0,0,4/3)) \to F_1(t)$

$\downarrow$ S_∞, G_{36}. まぜて,

$(\varphi_2,\quad (0,0,0,8/3)) \to F_2(t)$

$\downarrow$

$(\varphi_3,\quad (0,0,0,10/3))$

ちょうプレポがつくれる

$\downarrow$

Q. 解によってるのか
パラによって~~きまる~~た結果か

Q. 変換に~~よる~~ (よってる?)
(オカモトHにきかず)

Okubo EQ(λ) は全て同じ monod.

以上計算してみたら,
λ毎に同じモノをもつ
ことが分かった.

基本解とって
接続して.
Okuboから,
双方として同じ.

t_1, t_2
うごかしても
モノうごかん

$\square$

$F_0(t)$: 大の poly.

F_1 : rat.

: 超越数になる

Q. なぜ超越的? genus 0.

の

超幾何関数 陽的にもつけれる.

多様体で Γ のはずつける

Γ の l_y で.

Γ の log が分岐を起こす.

Okubo の予想