

1. 次を求めよ (計算経過も書くこと.)

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$

(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!}$

2.  $a_1 > 0$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{1+a_n}$  ( $n \geq 1$ ) により定義される数列  $\{a_n\}$  は,  $a = \sqrt{1+a}$ ,  $a > 0$  を満たす  $a$  に収束することを示せ (ヒント:  $|a_n - a|$  を考える.).

3.  $I = [0, 1]$  とする.  $f : I \rightarrow I$  が  $I$  上連続なら,  $f(x) = x$  を満たす  $x \in I$  が存在することを示せ.  
(ヒント:  $g(x) = f(x) - x$  に中間値の定理を適用する.)