

1.  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  のとき、次の関数の極限值があればそれを求めよ.

(a)  $f(x, y) = \frac{y(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$

(b)  $g(x, y) = \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$

2.  $u = \frac{x \cos \alpha - y \sin \alpha}{x^2 + y^2}$ ,  $v = \frac{x \sin \alpha + y \cos \alpha}{x^2 + y^2}$  に対して  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$  を計算せよ.

3.  $f(x, t) = \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4t}}$  ( $0 < t$ ) に対して  $\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$  を計算せよ.

4. 次の  $u(x, y)$  に対して  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  を計算せよ.

(a)  $u(x, y) = e^{ax-by} \cos(bx + ay)$

(b)  $u(x, y) = \tan^{-1} \frac{y}{x}$

(c)  $u(x, y) = \log(x^2 + y^2)$