

答えはなるべく簡単な形にすること.

1. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ で定義される曲線上の点 (a, b) ($a \neq 0, b \neq 0$) における接線の方程式を求めよ.

2. 次の 2 変数関数が表す曲面の, 指示された点における接平面の方程式を求めよ.

(a) $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$, 点 $(0, 0, 0)$

(b) $z = ax + by + c$ (a, b, c は実定数), 点 $(x_0, y_0, ax_0 + by_0 + c)$

3. (a) $xy + yz + zx = 1$ で定義される曲面は滑らかであることを示せ.
($f(x, y, z) = c$ が滑らかとは, 曲面上の各点で $\text{grad} f \neq (0, 0, 0)$ が成り立つこと)

(b) この曲面上の点 (a, b, c) ($ab + bc + ca = 1$) における接平面の方程式を求めよ.

4. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ で定義される曲面上の点 (a, b, c) ($a^2 + b^2 + c^2 = 1$) における接平面の方程式を求めよ.