

レポート問題解答 (2012.1.19 出題)

1. 「 a を正の実数とすると、 $f(x) = a(x - (1 + \frac{1}{a}))^2$ が $0 \leq x \leq 2$ で取る値の範囲を求めよ」という問題を一階述語論理式に変換せよ. ($y = f(x)$ とおいて, a, x の制約条件と and を取る.)

$$\exists x((y = f(x)) \wedge (a > 0) \wedge (0 \leq x \leq 2))$$

となる. a にも限量子をつけたくなるが, この場合, a に応じて y の範囲が変わるので, a もパラメータとみなす. よって限量子は x だけにつける. (少し意地悪だったかもしれない.)

2. n, x, y, z を整数とすると、

$$\forall n \forall x \forall y \forall z (n \geq 3 \wedge xyz \neq 0 \rightarrow x^n + y^n \neq z^n)$$

を普通の言い方で言い換えよ. この命題は真か偽か? (知らなければ答える必要なし.) $xyz \neq 0$ を, 「 x, y, z はどれも 0 でない」と読めば, 「3 以上の整数 n に対し, $x^n + y^n = z^n$ を満たす 0 でない整数 x, y, z は存在しない」となる. すなわちフェルマーの最終定理 (大定理) である. フェルマーが 300 年以上前に述べているが, ワイルズにより正しいことが証明されたのは最近のことである. すなわちこの命題は真である.

3. 命題

$$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

(三段論法) の真理値表を書き, この命題が常に真であることを確かめよ.

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$	$P \rightarrow R$	$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T