

問題解答 (2013.12.5 出題)

1. (a) $a > 0$ とするとき, ニュートン法により $a^{\frac{1}{3}}$ の近似値を求める漸化式を作れ. 初期値は 1 としてよい.

$$f(x) = x^3 - a \text{ として, } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{x_n^3 - a}{3x_n^2} = \frac{2x_n^3 + a}{3x_n^2}.$$

- (b) 上の漸化式を用いて $2^{\frac{1}{3}}$ の近似値を小数第 2 位程度まで求めよ. (分母分子が 2 桁になったらストップしてよい.)

$$x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{2x_n^3 + 2}{3x_n^2} \text{ より } x_2 = \frac{4}{3}, x_3 = \frac{91}{72} = 1.2638\dots \text{ 近似値を } 1.26 \text{ とすると誤差は実は } 10^{-4} \text{ 程度である.}$$

2. 初期区間を $(1, 2)$ として $f(x) = x^3 - 2$ に二分法を適用し, $2^{\frac{1}{3}}$ を含む, 幅が $\frac{1}{10}$ 未満の区間を求めよ.

二分法を 4 回繰り返すと存在区間は

$$(1, 2) \rightarrow (1, \frac{3}{2}) \rightarrow (\frac{5}{4}, \frac{3}{2}) \rightarrow (\frac{5}{4}, \frac{11}{8}) \rightarrow (\frac{5}{4}, \frac{21}{16}).$$

最後の区間幅は $\frac{21}{16} - \frac{5}{4} = \frac{1}{16} < \frac{1}{10}$ なので題意を満たす.