練習問題 2 解答 (2013.4.24 出題)

次の連立方程式を解け.

1. $\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

   解は $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

   解は $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ -6 \\ 17 \\ 5 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (a で場合分け)

   基本変形により $\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a & 2 \end{array}$ となるので, $a = 0$ のとき解なし.

   $a \neq 0$ のときさらに $\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2/a \\ 0 & 1 & 0 & 1-2/a \\ 0 & 0 & 1 & 2/a \end{array}$ と変形できるので, 解は $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2/a \\ 1-2/a \\ 2/a \end{bmatrix}$.

   (a は単なる定数なので, これ以上分解する必要はない.)

4. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 9 \\ -1 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

   基本変形により $\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$ となる. 方程式に戻すと

   $\begin{cases} x + 6z = 0 \\ y + 3z = 0 \end{cases}$

   より解は $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6z \\ -3z \\ z \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ (z は任意).