

練習問題 5 解答 (2013.5.16 出題)

1.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$  の逆行列を求めよ.

$[A|E]$  の行基本変形により  $[E|B]$ ,  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  を得るので,  $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

2.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  とする.  $A$  が逆行列を持つための  $a$  の条件および, その場合の逆行列を求めよ.

第 2 列まではき出して  $[A|E]$  は  $\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & a+1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -a & -1 & -1 & 1 \end{array} \right]$  に変形される. よって,  $a = 0$  のとき  $\text{rank}(A) = 2$  となり  $A$  は逆行列を持たない.  $a \neq 0$  のとき, 第 3 列を  $a$  で割ってさらに変形すると  $\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/a & -1/a & 1+1/a \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1/a & 1/a & -1/a \end{array} \right]$  となるので,  $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1/a & -1/a & 1+1/a \\ -1 & 0 & 1 \\ 1/a & 1/a & -1/a \end{bmatrix}$ .

3.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  の逆行列を求めよ.

$[A|E]$  の行基本変形により  $[E|B]$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  を得るので,  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

コメント

提出した人はほとんど正解だった. 間違えた人はほとんど書き写し間違いか計算間違いなので, 検算はしっかりやってください.