

1. 次の集合が \mathbf{R}^3 の部分空間かどうか調べよ. (部分空間なら証明する, 部分空間でないなら部分空間の定義に反するような要素の例を示す)

$$(a) W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid x_1 = x_2, x_1 + x_2 + x_3 = 0 \right\}$$

$$(b) W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid x_1 \leq x_2, x_1 + x_2 + x_3 = 0 \right\}$$

$$(c) W_3 = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid x_1^2 = x_2^2, x_1 + x_2 + x_3 = 0 \right\}$$

2. W_1, W_2 が \mathbf{R}^n の部分空間のとき, $W_1 \cap W_2$ も \mathbf{R}^n の部分空間であることを示せ.

3. W_1, W_2 が \mathbf{R}^n の部分空間とするとき, $W = W_1 \cup W_2$ が \mathbf{R}^n の部分空間なら, $W_1 \subset W_2$ または $W_2 \subset W_1$ が成り立つことを示せ.