

行列計算を数式処理システムでやろう

高山信毅

常微分方程式系の特異点における reduction の実例を計算しようとする
行列の計算を大量にやらないといけない。このような時、数式処理システムの
助けを借りると間違えにくいし、単調な計算をさせることができる。

1 asir 編

1.1 入手, 入門

Risa/Asir は free の計算機代数システムで, unix, Mac, windows で動作する。
ダウンロードや入門の解説 (asir book), マニュアルは Risa/Asir distribution
page を参照. (Knoppix/math には Risa/Asir unix 版をすでにインストール
済である.)

1.2 準備

行列計算をする前に, asir-contrib および noro_matrix.rr をロードしてお
く. Windows 版および Mac 版では, asir-contrib をロードするメニューがあ
る. メニューで見つからないときは,

```
import("names.rr");
```

と入力してもよい. たいていの unix 版では asir-contrib は起動時に自動的に
ロードされている. noro_matrix.rr をロードするには,

```
import("noro_matrix.rr");
```

と入力する.

1.3 計算例

行列の定義の例 (Bessel の方程式の ∞ での級数解の計算にでてくる例).

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

```
A = newmat(2,2, [[0,1], [-1,0]]);
```

Risa/Asir では (代入すべき) 変数はすべて大文字ではじまる. 逆行列の計算は関数 `matrix_inverse` で行なう.

```
B = matrix_inverse(A);
```

掛け算や足し算は普通の数と同様にできる.

```
print(A*B);
```

```
print(A+B);
```

Jordan 標準形はつぎのように計算する.

```
C = linalg.jordan_canonical_form(A);
```

C には変換行列の情報が入る. (なお `undefined` とかエラーがでてきたら, `noromatrix.rr` の `import` を忘れている. 矢印キーを押すと以前に入力したコマンドを編集できる. `print` 命令を入力すると 0 が表示されるがこれはとりあえず気にしない.)

```
P=C[0];
```

```
PI=matrix_inverse(P);
```

```
print(PI*A*P);
```

計算してもらえばわかるが, 結果は

$$\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \quad i = \sqrt{-1}$$

となるはずだけれども, `a0` と `a1` を含んだ複雑な行列が答として戻ってくる. 実は `C[2]` で与えられる式を用いてこれを簡単化しないとイケないが, いまは自動ではやってくれない. 簡単化のプログラムを自分で書くことになる. (まだやってない. 続く...)

固有値が有理数だとこのような面倒なことはないが, そうでない場合は, このように面倒である. えーい, 面倒という人は, 次の Maple (有料) のお世話になるのが一つの解決策である.

気をとりなおして, 虚数単位を含む式の計算ができるか試す.

```
A=newmat(2,2, [[@i,0], [0,@i]]);
```

```
B=matrix_inverse(A);
```

```
print(A*B);
```

@i が虚数単位 i である. うまく計算できているようなので, 手計算による対角化の検算とかには使えるだろう. あと行列の掛け算, 足し算, スカラー倍などの計算にも使える.

というわけで今の例の場合は, `a0`, `a1` は i , $-i$ なので, `a0`, `a1` を `@i`, `-@i` に置き換えれば正しく計算できることとなる. (`base_replace` は置き換えの命令.)

```
D=PI*A*P;  
D2=base_replace(D,[[a0,0i],[a1,-0i]]);
```

1.4 綺麗な式をみたい

unix 版では

```
print_xdvi_form(A);
```

とすると行列を $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ でタイプセットして見れる. Mac 版ではメニューから $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ によるタイプセットを指定できる. Windows 版は現在そのような機能はない.

2 Maple 編

Maple ではまず

```
with(linalg,multiply);
```

を実行して行列関係の関数を使えるようにしておく必要がある.

```
A:=matrix([[0,1],[-1,0]]);
```

Maple での代入は := である.

```
B:=matrix(inverse(A));
```

逆行列を計算した. 上の `matrix` を入れておかないと行列が生成されず, B は B のままであることに注意.

行列の掛け算は * ではない. `multiply(A,B)` とする必要がある.

`jordan.`

まだ書いてない.