

マルコフ基底の GB による計算, 原理

```
G=nd_gr([x11-t1*t3,x12-t1*t4,x13-t1*t5,
          x21-t2*t3,x22-t2*t4,x23-t2*t5],
          [t1,t2,t3,t4,t5,x11,x12,x13,x21,x22,x23],0,2);
end$
/*
[x22*x13-x23*x12,x21*x13-x23*x11,x21*x12-x22*x11,
 x22*t5-x23*t4,-t4*x13+t5*x12,x21*t5-x23*t3,x21*t4-x22*t3,
 -t3*x13+t5*x11,-t3*x12+t4*x11,-t2*t5+x23,-t2*t4+x22,
 -t2*t3+x21,t2*x13-x23*t1,t2*x12-x22*t1,t2*x11-x21*t1,x13-t1*t5,
 x12-t1*t4,x11-t1*t3]
*/
```

```
-- Use R:=Q[t1,t2,t3,t4,t5,x11,x12,x13,x21,x22,x23],Lex; t1,.. cannot be used.
Use R:=QQ[t[1..5],x[1..2,1..3]],Lex;
I:=Ideal(x[1,1]-t[1]*t[3],x[1,2]-t[1]*t[4],x[1,3]-t[1]*t[5],
          x[2,1]-t[2]*t[3],x[2,2]-t[2]*t[4],x[2,3]-t[2]*t[5]);
J:=GBasis(I);
Print(J);
```

```
QQ[t1,t2,t3,t4,t5,x11,x12,x13,x21,x22,x23,
    MonomialOrder=>Lex]
I=ideal(x11-t1*t3,x12-t1*t4,x13-t1*t5,
          x21-t2*t3,x22-t2*t4,x23-t2*t5);
print(gens(gb(I)));
```

```
ring R=0,(t1,t2,t3,t4,t5,x11,x12,x13,x21,x22,x23),lp;
ideal I=x11-t1*t3,x12-t1*t4,x13-t1*t5,
          x21-t2*t3,x22-t2*t4,x23-t2*t5;
ideal J=std(I);
J;
```

1. emacs で入力を作成して読み込む (プリント 2, 5/10).
2. normal form の計算. 最適解. (プリント 4, 5/23).
3. 割り算 (normal form) アルゴリズム参考書 (プリント 3, 5/17). Risa/Asir ドリルの後半も.
4. KnoppixMath 2006 の活用. TeX, Asir, CoCoA, Macaulay2, Singular, R (プリント 3, 5/17).

問 1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$Ax = \beta$, $x \in \mathbb{N}_0^6$ を満たす x を $\beta = (2, 3; 1, 2, 2)$ についてすべて求めよ.

問 2. ファイバー $\mathcal{F}_{(2,3;1,2,2)}$ の連結グラフを書け。

問 3. 2×4 分割表のマルコフ基底を上プログラムを参考にグレブナ基底を用いて求めよ。

問 4. 2×3 分割表のマルコフ基底を用いて MCMC によるサンプリングを行なうプログラムを R で書きなさい (プリント 5, 6/7).