2010 年 5 月 28 日

レポート 3,4,5, check 2 のコメント.

check 2 (3).
(3) では f_A が全単射であることと $|A| \neq 0$ であることの同値性を証明してもらったが, 模範解答をみればわかるように, さらに強く f_A が全射であることと $|A| \neq 0$ が同値である. さらに次の事実もなりたつ. f_A が単射であることと $|A| \neq 0$ が同値である. 線形代数の教科書にこれが練習問題として出ているので各自やっておこう.

レポート 5, 5.2.
$\forall x, x' \in X,$ s.t.$x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$ と書く人がいるが, これは s.t. の 誤用 である. s.t. は such that の略であり For all x, x', such that if $x \neq x'$, then $f(x) \neq f(x')$ は変である. 論理式では s.t. を使う必要はないが, $\exists$ と組み合わせて s.t. を使うのはいいだろう. (There exists y such that $y \leq x$ は意味のとおる英文となるから.)

レポート 5, 5.4.
$\forall x \in \mathbf{N}, \exists y \in \mathbf{N}, y \leq x$ を "任意の自然数 x に対して, ある自然数 y が存在し, $y \leq x$ となる." と書くのは論理式および英語の直訳調の日本語である. "任意の自然数 x に対して, $y \leq x$ となるような自然数 y が存在する." の方が自然な日本語である. しかしながら, 論理式の勉強中はあえて自然な日本語を使わない方が誤解がすくないであろう. 論理の誤解をする心配がなくなったら, より自然な日本語を使うべきであろう.

レポート 4, 4.1.
問題にもあるように, $z^3 = 8i$ の複素数解が 3 個, $z^4 = -16$ の複素数解が 4 個である. 一般に "複素数係数の n 次方程式は n 個の複素数解をもつ" ことが知られている. ただし k 重根の概念を導入して, k 重根は k 個と数える. 数学を勉強するときに理解したい目標の定理をもっていることは, とてもよい. 上の定理を理解したい定理の一つにしておくことは有意義であろう.
なお, この問題は因数分解を工夫してもできるが, ドモアブルの定理を用いて解く方法をマスターしておくこと.

レポート 4, 4.2.
B が A の逆行列であるとは, $AB = BA = E$ がなりたつことである. $AB = E$ *だけでは足りない.*
$(AB)(B^{-1}A^{-1}) = E$, $(B^{-1}A^{-1})(AB) = E$ とする計算は行列の結合法則を用いている. 高校教科書を参照.

レポート 3, 3.2(a).
この計算の正当化が Taylor 展開だと答えた人は △である. 吹田信之, 新保経彦, 理工系の微分積分学 (学術図書出版) の p.146 をみてみよう. 項別微分の定理がある. これをレポート 3 の計算では利用している.

レポート 3, 3.2.
$A^0 = E$ と定義する. 書き忘れ.

レポート 3, 3.1.
$\cos x$ についての計算は e^x よりはるかに複雑なので, 最初いくつかの係数をきめて以下同様に, はよくない解答である. 模範解答のようにきちんとやるべき.
$\sum$ の記号になれない人は (慣れない人が普通です), 最初のいくつかを書く習慣をつけること. たとえば

$$\sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$$

がどうも頭にはいらないという場合は, とりあえず $n = 3$ くらいにしてこの和を次のように書き下すとよい.

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j}$$

式の構造が見えてくるだろう.