

1 グレブナー基底による線形代数

`nd_gr(F,V,0,2)`; は F のグレブナー基底を (辞書式順序で) 計算する.
 V は変数のリスト. 特に F が線形な多項式達の時は, その簡約形を戻す
 (簡約な行列については “三宅, 線形代数, 2.2 簡約な行列” を参照).

例 1 拡大係数行列

$$\begin{array}{cccccc} 1 & -2 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -4 & 1 & 5 & 2 & 5 \end{array}$$

を簡約な行列へ変換せよ (三宅, 例題 2.3.2), をグレブナー基底計算で遂行すると以下ようになる.

Asir の基本: 入力の終わりの ; を忘れると計算が始まらない. 大文字で始まる記号が変数. リストは $G=[x_1, x_2, x_3]$; のように要素をコンマで区切って生成する. リストの成分はたとえば $G[0], G[1], \dots$ で取り出す.

次の入力をファイル `test.rr` に emacs で書いておく.

```
G=
nd_gr([x1-2*x2      +3*x4      -2,
      x1-2*x2+x3+2*x4+x5-2,
      2*x1-4*x2+x3+5*x4+2*x5-5], [x1,x2,x3,x4,x5],0,2);
end$
```

`openxm fep asir` で unix shell から asir を起動して,

```
load("test.rr");
```

と入力すると,

```
[x5-1,-x4+x3+1,x1-2*x2+3*x4-2]
```

が出力される. この出力は変数 G に格納されている.

以下, 三宅の本, 例題 4.2.1 (一次独立性の判定), 例題 4.4.1 ($\text{Ker } A$ の計算) に対する入力.

```
G421=
nd_gr([2*c1+c2+3*c3,
      c1          +c3,
      -3*c1+c2+2*c3,
      c1          +2*c3], [c1,c2,c3],0,2);
```

```
G441=
nd_gr([x1-2*x2+x3+2*x4+3*x5,
      2*x1-4*x2+3*x3+3*x4+8*x5], [x1,x2,x3,x4,x5],0,2);
```

参考 (行列式の計算)

```
Det2b=nd_gr([a*x1+b*x2,c*x1+d*x2,x1*x2-1], [x1,x2,a,b,c,d],0,2);
```

五月の課題その 2. 線形代数の (計算) 問題を nd_gr を用いて解きなさい.