2022
5/2月.
8:40-

演算.　一意的な定義があるわけではない.
文みゃくで定義がきまってる.

$$g : \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$(a, b) \longmapsto \frac{a}{b}$$

$\mathbb{R} \setminus \{0\}$ は集合 $\mathbb{R}$ から 0 をとったもの.

本によっては.　$A \times A \longrightarrow A$

1人　5分　(3分以上)

- 自己紹介
- 演算

chatで質問をおくる.
演算ってわかった?
図、どんなところ
連休の予定は?
□県へいったら、おすすめの場所は?

報告メールを、report22 … へ　5行〜10行位.

2022
5/2月.
9:40〜.

iPAD, goodnote5, apple pen.

記号.　$p, q, \cdots$　命題.

T.　true　真
F　false　偽
$\vee$　または
$\wedge$　かつ.
$\overline{p}$　pの否定,　$\neg p$　pの否定.

日本語のいみはわすれる。
下のように定義。

p	q	$p\vee q$	$p\wedge q$
T	T	T	T
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	F

←真理表.

公式

(1) $\overline{p\vee q} \Longleftrightarrow \overline{p}\wedge\overline{q}$,　(2) $\overline{p\wedge q} \Longleftrightarrow \overline{p}\vee\overline{q}$

同値

証明

(1)

p	q	$p\vee q$	$\overline{p\vee q}$	$\overline{p}$	$\overline{q}$	$\overline{p}\wedge\overline{q}$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

∨のdef.　否定のdef.　∧のdef

一致 ∴ $\overline{p\vee q} \Leftrightarrow \overline{p}\wedge\overline{q}$

(2)も同様.

if … then ～ → 日本語の意味はわすれる。 "または"は or "かつ"は and.

大事 "ならば"の定義

$\Longrightarrow$

$p \Rightarrow q$ の定義は $\bar{p} \vee q$ とする。

p	q	$\bar{p}$	q	$\bar{p} \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	F	T

pがFなら、いつでも $p \Rightarrow q$ はT.

例.
次の命題はT
"$1=0$" $\Rightarrow$ "太陽は西からのぼる"

対偶

$$(p \Rightarrow q) \Longleftrightarrow (\bar{q} \Rightarrow \bar{p})$$

∵ $(\bar{p} \vee q) \Longleftrightarrow \bar{\bar{q}} \vee \bar{p}$ を示せばよい。

真理表でなく式計算

$$\bar{\bar{q}} \Leftrightarrow q$$

$$\bar{\bar{q}} \vee \bar{p} \Leftrightarrow q \vee \bar{p} \Longleftrightarrow \bar{p} \vee q.$$

// ←証明おわり.

$x \in U$.

xをきめると、真偽が定まる命題 $P(x)$ を条件命題

($x \in U$, $y \in W$ 　 $P(x, y)$ も条件命題)

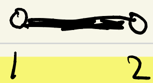
3つ、4つ、…

$P(x)$の真理集合とは $\{ x \in U \mid P(x)$がT$\}$

例　Uが$\mathbb{R}$とする。　$P(x)$は"$(x>1)$かつ$(x<2)$"

$P(x)$の真理集合は、

$(1, 2)$



$\forall x \in U, P(x)$ 　 任意の$x \in U$に対して$P(x)$がなりたつ

For all $x \in U$, $P(x)$ holds.
(any)

$\forall$はAをさかさまに。

$\exists x \in U, P(x)$ 　 ある$x \in U$が存在して、$P(x)$がなりたつ

There exists $x \in U$ such that $P(x)$ holds.

$\exists$はEを反転。

($P(x)$がなりたつ$x \in U$が存在する。)

(注) コウギでは、 $x^2 \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$. とか書くが、
論理の正式な書き方では、必らず ∀や∃は前に
$$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 \geq 0.$$

Th

(1) $\overline{\forall x \in U,\ P(x)} \iff \exists x \in U,\ \overline{P(x)}$ 　①　②

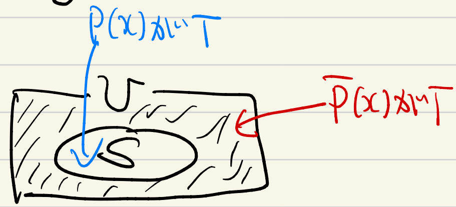
(2) $\exists x \in U,\ P(x) \iff \forall x \in U,\ \overline{P(x)}$.

ー で ∀と∃ がひっくりかえる.

(証) (1) $S = \{x \in U \mid P(x) が T\}$ 　$P(x)$の真理集合.

①がT $\iff S = U$

①がF $\iff S \subsetneq U$



$$S = U \iff \{x \in U \mid \overline{P(x)} が T\} = \phi$$

$\iff$ ②がF.

$$S \subsetneq U \iff \{x \in U \mid \overline{P}(x) が T\} \neq \phi$$

$\iff$ ②がT.

まとめると、①がT $\iff$ ②がF.
$\Updownarrow$
$\overline{①}$がF.

①がF $\iff$ ②がT
$\Updownarrow$
$\overline{①}$がT.

(2)も同様.

// (1)

例 数列 a_n が上に有界の定義を論理式で書け.

答. $\exists M \in \mathbb{R},\ \forall n \in \mathbb{N}\quad a_n \leq M$ 」

次のnには無関係

論理式の約束: $\exists$ $\forall$ の順番をかえると意味がかわる.

$\forall n \in \mathbb{N}\quad \exists M \in \mathbb{R}\quad a_n \leq M$, 有界の定ぎでない.

前のnによってかえてよい.