# M2 による計算例

高山信毅

2009.09.16

# ワイル代数

```
Macaulay 2, version 1.1.99
with packages: Classic, Core, Elimination, IntegralClosure,
               PrimaryDecomposition, SchurRings, SimpleDoc,

i1 : loadPackage "Dmodules"

o1 = Dmodules

o1 : Package

i2 : QQ[x,y,dx,dy,WeylAlgebra=>{x=>dx,y=>dy}]

o2 = QQ[x, y, dx, dy]

o2 : PolynomialRing
```

# ワイル代数

```
i3 : dx*x

o3 = x*dx + 1

o3 : QQ[x, y, dx, dy]

i4 : x*dx

o4 = x*dx

o4 : QQ[x, y, dx, dy]
```

# ワイル代数

```
i5 : L1=x*dx-2+y*x^2

       2
o5 = x y + x*dx - 2

o5 : QQ[x, y, dx, dy]

i6 : L2=dy+x^2/2

      1 2
o6 = -x  + dy
      2

o6 : QQ[x, y, dx, dy]
```

# ワイル代数

```
i7 : L1/2-y*L2

      1
o7 = -x*dx - y*dy - 1
      2
```

# Characteristic variety, 次元

```
i8 : I=ideal(L1,L2)

                2                  1 2
o8 = ideal (x y + x*dx - 2, -x   + dy)
                                   2

o8 : Ideal of QQ[x, y, dx, dy]

i9 : J=inw(I,{0,0,1,1})

o9 = ideal (2dy, x*dx)

o9 : Ideal of QQ[x, y, dx, dy]

i10 : dim J

o10 = 2
```

# (1, 0, −1, 0)-グレブナ基底の計算

```
i11 : J=gbw(I,{1,0,-1,0});

i12 : JJ=gens(J)

o12 = | x2+2dy xdx-2ydy-2 xydy+dxdy+2x 2y2dy^2+dx^2dy+9ydy+6 |

                                    1                              4
o12 : Matrix (QQ[x, y, dx, dy])  <--- (QQ[x, y, dx, dy])

i13 : JJ_(0,1)

o13 = x*dx - 2y*dy - 2

o13 : QQ[x, y, dx, dy]

i14 : Dintegration(I,{1,0})

o14 = HashTable{0 => cokernel | -2ydy-3 0       |}
                              | 0        -ydy-2 |
                1 => 0
```

# 消去, 常微分方程式の計算

```
i16 : I=ideal(x*dx+3*y*dy+1,dx^3-dy)

                                          3
o16 = ideal (x*dx + 3y*dy + 1, dx  - dy);

i17 : J=gbw(I,{0,0,0,1});

i18 : JJ=gens J

o18 = | xdx+3ydy+1 -dx^3+dy 3ydx^3+xdx+1 |

                                    1                          3
o18 : Matrix (QQ[x, y, dx, dy])  <--- (QQ[x, y, dx, dy])

i19 : toString JJ_(0,2)

o19 = 3*y*dx^3+x*dx+1
```

# Maple による級数解の計算

```
taka@orange2(1)=> maple
    |\^/|     Maple 7 (IBM INTEL LINUX)
> with(DEtools);
> L:=3*y*dx^3+x*dx+1;
                                        3
                              L := 3 y dx  + x dx + 1

> LL:=subs(y=1,L);
                                        3
                             LL := 3 dx  + x dx + 1

> formal_sol(LL,[dx,x],T,x=infinity);
             3      6
[[T (1 - 6 T  + O(T )), T = 1/x],
                                                          2
      1/2         1                    3      6          T
    [T    exp(2 ----) (1 + 5/144  T  + O(T )), - 1/3 ---- = 1/x]]
                 3                                      1
                T
> quit();
```

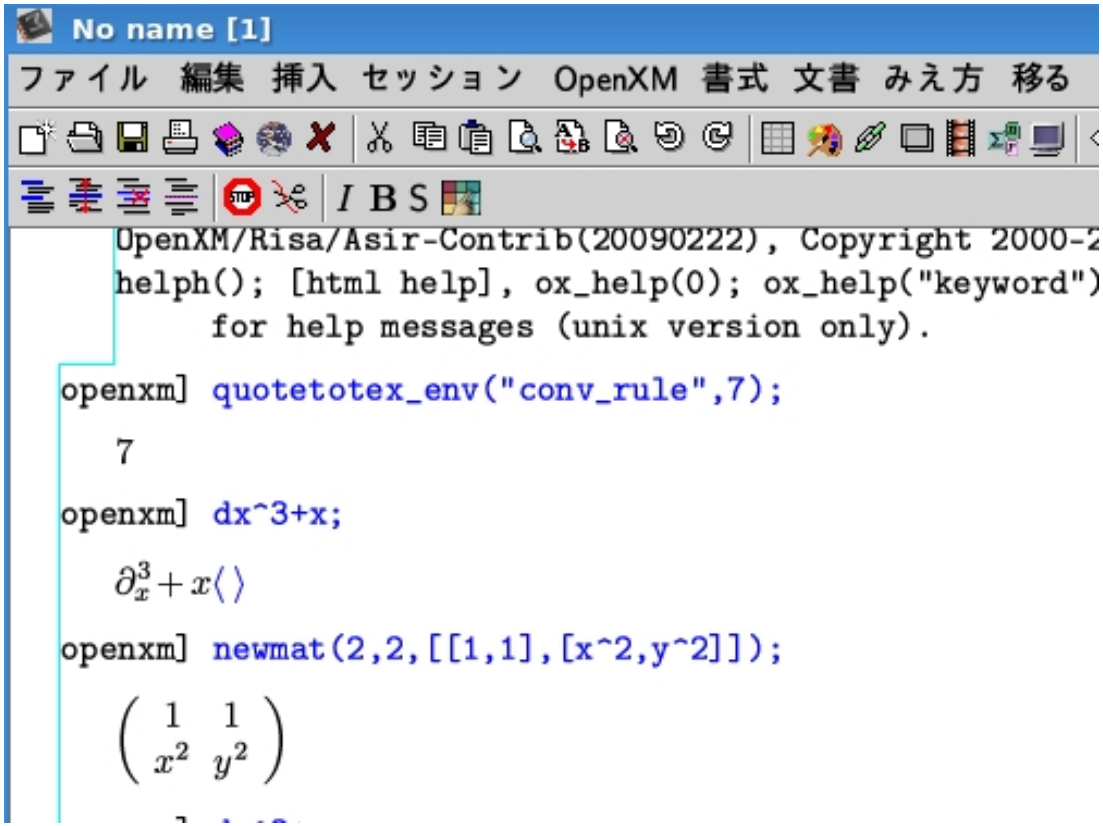
# $R$ での計算. Pfaffian の計算. yang パッケージ

**例題**: $x\partial_x + 3y\partial_y + 1, \partial^3 - \partial_y$. Sx は $\theta_x = x\partial_x$. Sy は $\theta_y = y\partial_y$.

```
import("yang.rr");
yang.define_ring([x,y]);
Sx=yang.operator(x);
Sy=yang.operator(y);
L1=Sx+3*Sy+1;
L2=y*Sx*(Sx-1)*(Sx-2)-x^3*Sy;
G=yang.buchberger([L1,L2]);
yang.stdmon(G);
S1=yang.constant(1);
Base=[S1,Sy,Sy*Sy];
Pf=yang.pfaffian(Base,G);
/* Pf[0], Pf[1] */
```

# 余談: 美しい出力で見たい (インスピレーションが涌くように...)

TeXmacs の利用.




Asir の場合.

```
print_xdvi_form(式);
print_xdvi_form(Pf[0]);
```

# (Knoppix/Math での) マニュアルの位置

MathDoc-Search **およびインターネットでのマニュアル検索に使えるキーワード**.

1. `(Macaulay2) Dmodules deRham` **検索** : Macaulay2 **パッケージ** Dmodules **のマニュアル**.
   `/usr/share/doc/Macaulay2/Dmodules/html/index.html`
2. `asir yang` **検索** : yang **パッケージの説明書** (**日本語**).
   `/usr/local/icms2006/projects/openxm/doc/asir-contrib/ja`
3. `OpenXM` **検索** : asir, kan/sm1 **等の文書**. (**日本語**, **文書 を選択**)
   `/usr/local/OpenXM/doc/index/asir-ja.html`
4. `nk_restriction` **検索** : asir **の制限イデアルの計算関数**.
   `/usr/local/OpenXM/doc/index/asir-ja.html` **から 実験的関数を選ぶ**.