

CREST スクール 1 日目

氏名

必要があれば紙を追加して下さい.

問 1.1  $x, y, z$  の 3 次以下の単項式 ( $x^a y^b z^c$ ,  $a + b + c \leq 3$  となるもの) を (次数) 逆辞書式順序, (次数) 辞書式順序, 純辞書式順序で小さい順にならべなさい. これらの順序の定義は記憶しよう.

$g_1 = x^2 - z$ ,  $g_2 = xy - 1$ ,  $g_3 = yz - x$  とするとき,  $f = x^3 - x^2y - x^2 - 1$  を  $g_1, g_2, g_3$  で (次数) 辞書式順序を用いて割り算しなさい. 2 通りの割り算の順番を試し, 余りの先頭項が常に同じであることを確かめよ. (手計算). 参考: dojo p.19.

解答

問 1.2  $x \succ y$  なる (純) 辞書式順序  $\succ$  で以下考える.

$$F = \{x^2 + y^2 - 4, xy - 1\}$$

とおく.  $F_1 = x^2 + y^2 - 4$ ,  $F_2 = xy - 1$  とする.

1.  $F_3 := S(x^2 + y^2 - 4, xy - 1)$  を計算せよ.
2.  $F_2$  を  $F_3$  を用いて割り算せよ. この結果を  $F_5$  とおく.
3.  $S(F_3, F_5)$  を  $F_3, F_5$  で割ると余りが 0 になることを示せ.
4.  $G = \{F_3, F_5\}$  が入力多項式系のグレブナー基底であることを示せ. ( $F_1$  および  $F_2$  を  $G$  で割り算すると余りが 0 となる. この割り算の過程から  $F_1, F_2$  を  $G$  で表す.  $S(F_3, F_5) \rightarrow^* 0$  by  $G$  を示して, Buchberger 判定法を適用.)

参考: dojo 1.3.3.

解答

問 1.3 図を用いて  $M = \{x^3, xy, xy^2, x^4x^m y^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0\}$  の極小元をすべて求めよ. これらが極小元であることを定義にもとって証明せよ.

解答

問 1.4  $x_{11} - t_2, x_{12} - t_3, x_{21} - t_1 t_2, x_{22} - t_1 t_3$  のグレブナー基底を  $t_1 \succ t_2 \succ t_3 \succ x_{ij}$  となる純辞書式順序で計算せよ.  $x_{ij}$  のみを含むグレブナー基底の元は何か? 参考: dojo p.30, 例 1.3.6. dojo, 1.5.

解答

問 1.5 次の連立代数方程式の解を Risa/Asir を用いて求めよ. 入力コマンド列の主要部も書くこと (1a). (cf. youtube oxvh 2012-01-14-asir-ndgr-1-knxm)

$$3388x^2 - 24976x - 3y^2 - 1006y - 27355 = 0, -98x^2 + (-3y + 251)x + 11y + 335 = 0$$

[3388\*x^2-24976\*x-3\*y^2-1006\*y-27355, -98\*x^2+(-3\*y+251)\*x+11\*y+335]

解答