

# **noromodule.syz**

---

noromodule.syz User's Manual  
Edition 1.0  
Aug 2016

by Masayuki Noro

---



# 1 noro\_module\_syz.rr

このマニュアルでは, asir-contrib パッケージに収録されている, 加群の syzygy および自由分解を計算するパッケージ 'noromodule\_syz.rr' について解説する. このパッケージを使うには, まず 'noromodule\_syz.rr' をロードする.

```
[...] load("noromodule_syz.rr");
```

このパッケージの関数を呼び出すには, 全て newsyz. を先頭につける.

## 1.1 加群の syzygy

### 1.1.1 newsyz.module\_syz

```
newsyz.module_syz(f, v, h, O[|weyl=1])
```

syzygy の生成系 (グレブナー基底) を計算する.

*return*      または多項式リストのリスト

*f*            多項式リスト, または多項式リストのリスト

*v*            変数リスト

*h*            非負整数

*O*            項順序

- 多項式多項式列または多項式ベクトル列に対する syzygy 加群のグレブナー基底を計算する.
- $f=[f_1, \dots, f_m]$  に対し,  $h_1*f_1 + \dots + h_m*f_m = 0$  を満たす多項式ベクトル  $(h_1, \dots, h_m)$  全体のなす加群のグレブナー基底を計算する.
- $f_i$  が多項式リストの場合, 自然に多項式ベクトルと見なす.
- 与えられた項順序  $O$  に対し, 加群の項順序  $[1, O]$  すなわち  $O$  で定まる POT (position over term) 項順序でのグレブナー基底を結果として返す.
- $h$  が 0 のとき有理数体上で trace アルゴリズムにより計算する.  $h$  が 1 のとき有理数体上で斉次化 trace アルゴリズムにより計算する.  $h$  が 2 以上の素数のとき有限体上で計算する. オプション *weyl* が 1 のとき Weyl 代数上で, 左イデアル (左加群) として計算する.

afo

## 1.2 加群の自由分解

### 1.2.1 newsyz.module\_minres

```
newsyz.module_minres(f, v, h, O[|weyl=1])
```

加群の自由分解を計算する.

*return*      多項式リストのリストのリスト

*f*            多項式リスト, または多項式リストのリスト

$v$             変数リスト

$h$             非負整数

$O$             項順序

- $R$  を多項式環とする.  $f=[f_1,\dots,f_m]$  は  $R$  のイデアルまたは  $R^k$  の部分加群 (いずれも  $M$  とする) の生成系とする. この関数は,  $M$  の自由分解, すなわち完全列  $0 \rightarrow F(l) \rightarrow F(l-1) \rightarrow \dots \rightarrow F(0) \rightarrow M \rightarrow 0$  を計算する.  $F(i)=R^{(n_i)}$  とする.
- 結果は  $[h,\dots,f_0]$  なるリストで,  $f_i$  は  $F(i) \rightarrow F(i-1)$  (ただし  $F(-1)=M$ ) なる写像を表すベクトル列である.  $f_i=[g(1),\dots,g(n(i))]$  のとき, 各  $g_j$  はサイズ  $n(i-1)$  のリストで,  $F(i)$  の  $j$  番目の標準基底ベクトルの像を表す.
- `newsyz.module_syz` を実行し, 得られた `syzygy` の生成系のうち, 定数を成分に持つものがある限り簡約を行う, という操作を単に繰り返すアルゴリズムを実装している.
- 前項により,  $f$  が斉次の場合, 極小自由分解を得る.  $f$  が斉次でない場合, 前項の簡約は単に  $F(i)$  のランクを小さくする簡単化となる.
- $h, O$ , オプション `weyl` については `newsyz.module_syz` と同様である.  
afo

# Index

(Index is nonexistent)

(Index is nonexistent)

## Short Contents

1	noro_module_syz.rr . . . . .	1
Index	. . . . .	3

# Table of Contents

<b>1</b>	<b>noromodule_syz.rr</b>	<b>1</b>
1.1	加群の syzygy	1
1.1.1	newsyz.module_syz	1
1.2	加群の自由分解	1
1.2.1	newsyz.module_minres	1
<b>Index</b>		<b>3</b>